

文章编号: 1000-8055(2000) 04-0356-04

# 特征线法在塞式喷管中的应用

戴梧叶, 刘 宇

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083)

摘要: 介绍了特征线在塞式喷管中的应用, 对于一些塞式喷管的特殊情况处理进行了详细的介绍, 包括边界条件的处理、膨胀波和斜激波的处理等, 并给出了典型的塞式喷管流场, 给出了塞式喷管推力的计算方法, 并把计算结果和实验结果进行了比较。

关键词: 火箭发动机; 喷管; 特征线法; 数值计算

中图分类号: V435+.11

文献标识码: A

## 1 引言

低成本、高性能、多功能、可重复使用单级入轨天地往返运输系统(SSTO RLV)的研究开发, 是航天技术向更高水平发展的必然方向, 对于任何空间运输发射, 火箭动力是基础。以塞式喷管发动机为基础的 SSTO RLV 可望成为一个通用的空间运输工具, 因此, 很多国家都在用数值模拟和实验等手段对塞式喷管进行全面的研究<sup>[1,2]</sup>。我国也通过实验和数值模拟对塞式喷管进行了研究, 并建立了采用混合通量隐式算法对 N-S 方程进行求解数值模拟方法。

## 2 特征线在塞式喷管的应用

特征线法是解双曲型偏微分方程的最精确的数值方法, 特征线较多用于定常二维、平面和轴对称的、无旋超音速流动问题, 已经有了完整的数值算法来确定超音速流场中内点上的流动参数<sup>[3]</sup>。

特征线法计算流场时的控制方程为控制可压缩流体的定常二维平面或轴对称无旋流动的气体动力学方程、无旋条件以及声速关系<sup>[3]</sup>:

$$(u^2 - a^2)u_x + (v^2 - a^2)v_y + 2w u_y - (\delta a^2 v / y) = 0 \quad (1)$$

$$u_y - v_x = 0 \quad (2)$$

$$a = a(V) = a(u, v) \quad (3)$$

塞式喷管的结构很复杂(参见图 1), 它有传

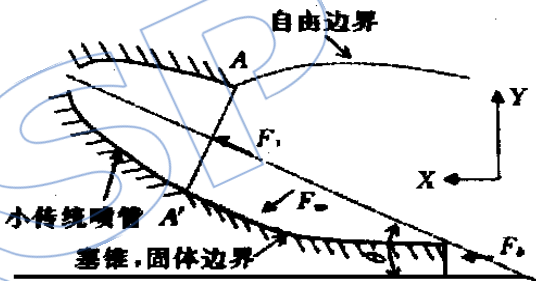


图 1 塞式喷管示意图

统的小喷管(内喷管)、塞锥以及底部等部分。根据超音速流动的特征, 可以把塞式喷管流场计算分为两部分: 一是喷管内流场的计算, 一是塞锥流场的计算。对于底部, 由于可能出现亚音速, 特征线法就不再适应了, 为了研究塞式喷管的性能, 必须采用其它的处理方法。这里说的塞式喷管内流场的计算指的是塞式喷管传统的小喷管膨胀段的计算, 其计算方法在参考文献[3]中已有详细的介绍。塞锥的形状不同于传统的喷管, 它的一面是固体壁面, 另一面是自由边界, 因此, 它的计算比较复杂, 在边界的考虑要多得多, 而且, 很有可能出现压缩波甚至激波。由于塞式喷管发动机一般是由很多塞式喷管单元排列在一起工作的, 为了简单起见塞锥上可以假设为二维平面流动。另外, 可以把内流场的计算得到的最后一条特征线作为塞

收稿日期: 1999- 11- 23; 修订日期: 2000- 01- 20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59786001); 国家 863-2 高技术航天领域资助项目(863-2-3-4-10)

作者简介: 戴梧叶(1974-), 男, 北京航空航天大学宇航学院, 博士生

锥流场的初始线,直接用于塞锥上特征线法的计算,也可以把  $AA$  线(它的参数由内流场计算得到)作为塞锥流场的初始线,它们得到的结果是一样的。当然,由于内流场只计算喷管的上半部分,为了得到完整的初始线,需要把上半部分的参数对称来得到下半部分。

## 2.1 边界的处理

在塞式喷管内流场计算中,它的边界条件处理:一面当作壁面处理,另一面当作是轴对称处理。在塞锥上,由于塞式喷管的塞锥的一面是固体壁面,另一面是自由边界,因此,在考虑边界条件时,一面应当按自由边界处理,另一面则要当固体壁面条件处理。

对于壁面,可以利用壁面角函数:

$$\frac{dy}{dx} = \tan(\theta) = \frac{v}{u} \quad (4)$$

对于对称轴线点可利用对称条件:

$$y_4 = v_4 = \theta_4 = 0 \quad (5)$$

对于自由边界,利用流体在自由边界的压力与环境压力  $p_0$  相等这一条件,即:

$$p_4 = p_0 \quad (6)$$

## 2.2 膨胀波的计算

塞式喷管的内喷管出口的边沿点  $A$  是个不连续点(参见图 2),在该点,即可能是发生膨胀又可能发生压缩,因此对这一点要特别考虑。

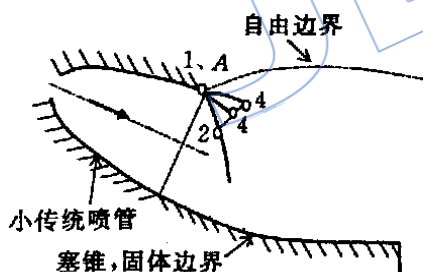


图2 普朗特—迈耶膨胀的单元过程

如果喷管出口边沿处的静压超过周围大气的压力,在  $A$  点会发生膨胀,这时,我们可以利用普朗特—迈耶膨胀的单元过程。图2表示了这一过程,1点处的流动参数用膨胀波的有关公式计算,然后可确定4点的位置和流动参数,并可将计算延伸到塞锥,重复这一过程,可使出口处的流动转过一个角度后静压等于大气静压。

在1点,膨胀前的参数是已知的,如  $p_1, t_1, Ma_1$  等,膨胀后的反压也是已知的,为  $p_0$ ,膨胀后的马赫数  $Ma_2$  为:

$$Ma_2 = \left[ \left( \frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \frac{2}{\gamma-1} \quad (7)$$

流动偏转角  $\delta$ :

$$\delta = \frac{1}{b} \left\{ \tan^{-1} \left[ \frac{Ma_2^2 - 1}{b} \right]^{\frac{1}{2}} - \tan^{-1} \left[ \frac{Ma_1^2 - 1}{b} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} + \tan^{-1} [Ma_2^2 - 1]^{\frac{1}{2}} - \tan^{-1} [Ma_1^2 - 1]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

其中:

$$b = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \quad (9)$$

取不同的马赫数,由下式得到一系列的普朗特—迈耶角  $\nu$ :

$$\nu = \frac{1}{b} \tan^{-1} \left[ \frac{Ma^2 - 1}{b} \right]^{\frac{1}{2}} - \tan^{-1} [Ma^2 - 1]^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

取不同的  $\delta$ ,由  $\nu$  可插值求解不同的膨胀角的马赫数  $Ma_{2\delta}$ ,得出  $Ma_{2\delta}$  后由相关公式计算其他参数,然后继续利用特征线法把流场的计算进行下去。

## 2.3 斜激波的计算

如果喷管出口边沿处的静压小于周围大气的压力,那么,在喷管的出口边沿会有一道斜激波发出并传入流场,如图3所示。由于斜激波的强

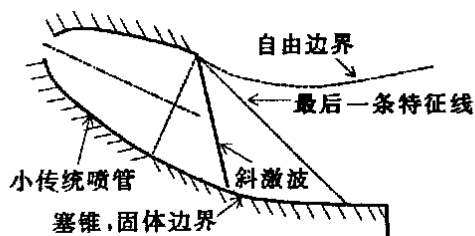


图3 在喷管出口边沿处斜激波

度大于马赫波,因而斜激波在出口最后一道马赫波的上游,因此,这个区域的流场需要重新计算。虽然这个过程的本身是相当的清楚,但是,它的计算却比较复杂。在计算的过程中,可以简化为对喷管出口的第一点利用激波的方程计算其波后参数,用波后参数来代替该点原来的参数,然后利用特征线原理继续计算下去,而并不是对整个这条斜激波上的参数都用其上游的气体参数和激波的方程来计算。这样简化的理由是从物理上讲,环境压力影响的确实是第一点,对流场内部是通过这一点来影响的,而且,特征线法只要是超音速流动都是适合的。因此在第一点上,如果通过斜激波仍

然是超音速的话, 这样简化是合理的。

计算过程如下(参见图 4):

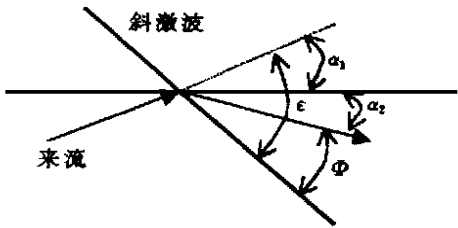


图 4 斜激波的计算

(1) 根据斜激波后的静压  $p_2$  等于  $p_0$  以及斜激波前后压力关系式:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma}{\gamma + 1} Ma^2 \sin^2 \epsilon - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} = \frac{p_0}{p_1} \tag{11}$$

可以得到激波角  $\epsilon$ 。

(2) 根据下面公式计算激波后速度与激波的夹角  $\Phi$

$$\frac{\tan \epsilon}{\tan \Phi} = \frac{(\gamma + 1) Ma^2 \sin^2 \epsilon}{2 + (\gamma - 1) Ma^2 \sin^2 \epsilon} \tag{12}$$

(3) 根据此公式计算斜激波后的速度  $V_2$ :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\sin \epsilon}{\sin \Phi} \left( \frac{2}{(\gamma + 1) Ma^2 \sin^2 \epsilon} + \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \tag{13}$$

(4) 利用下式计算斜激波后速度的方向

$$\alpha_2 = \epsilon - \alpha_1 - \Phi \tag{14}$$

有了斜激波后的速度和速度方向, 可以利用相关公式计算斜激波后流体其他参数, 然后的计算按照特征法继续进行下去。

### 2.4 其它特殊情况的处理

在计算中, 会遇到特征线相交的问题, 这实际上是发生了压缩甚至产生了激波, 这时, 对计算逻辑有 3 种修改办法: (1) 允许特征线交叉。这样, 特征线相交在解平面中产生一个重叠区; (2) 在相交点中止特征线, 但是继续计算下去, 并且人为对速度进行修正, 直到特征线出了重叠区; (3) 删除前面那条特征线交叉的那一部分, 并根据被删除的那段特征线上游的那条特征线继续求解。这几种方法都能得到较为合理的结果, 但从计算的推力来看, 第三种方法更与实验结果接近, 从等马赫线上看, 第三种计算的流场也更加规则, 前两种方法计算的流场, 在出口处, 马赫线有点乱。第一种方法计算结果显得更乱。因此, 采用第三种计算方法更为合理。

## 3 塞式喷管推力的计算

塞式喷管的推力可以由 3 部分组成(参见图

1): 一部分是内喷管产生的推力  $F_1$ ; 一部分是压力在塞锥壁面上产生的推力  $F_w$ ; 以及塞锥底部产生的推力  $F_b$ 。把这三部分产生的力投影到发动机的轴线方向( $x$  方向) 就是整个发动机的推力。

$F_1$  的计算公式如下:

$$F_1 = \int_A \rho u^2 + p - p_0 \, dA \tag{15}$$

式中,  $p$  为流体在计算点上的压力。则  $F_1$  在  $x$  方向上的投影为:

$$F_{1x} = \cos \theta \int_A \rho u^2 + p - p_0 \, dA \tag{16}$$

$F_1$  在  $y$  方向上的投影为:

$$F_{1y} = \sin \theta \int_A \rho u^2 + p - p_0 \, dA \tag{17}$$

$F_w$  需要沿塞锥面积分, 塞锥在  $x$  方向产生的力为:

$$F_{wx} = B \int_S (p - p_0) \sin \beta \, dS \tag{18}$$

式中,  $B$  为塞锥的宽度,  $\beta$  为塞锥面与发动机轴向的夹角。

塞锥在  $y$  方向产生的力为:

$$F_{wy} = B \int_S (p - p_0) \cos \beta \, dS \tag{19}$$

塞锥底部产生的推力  $F_b$  为:

$$F_b = B(p_b - p_0)h \tag{20}$$

整个发动机的推力  $F$  为:

$$F = F_{1x} + F_{wx} + F_b \tag{21}$$

整个发动机的合力  $F_{\text{合}}$  为:

$$F_{\text{合}} = \sqrt{(F_{1x} + F_{wx} + F_b)^2 + (F_{1y} + F_{wy})^2} \tag{22}$$

应该指出的是, 塞锥底部的流场出现亚音速区, 不可能用特征线法计算, 为了研究塞式喷管的性能, 必须作简化处理, 根据有关资料<sup>[4,5]</sup> 和实验情况, 可如下简化处理: (1) 当环境压力比较大时, 底部压力等于环境压力; (2) 当环境压力比较小时, 底部压力等于塞锥出口压力。

## 4 典型的计算结果

图 5 给出了典型塞式喷管流场的等马赫数图, 内喷管长度为 0.15 m, 塞式喷管整个长度为 0.7 m, 图中  $x$  方向为塞式喷管内喷管轴线方向。图 5(a) 中  $p_a = 0.01 \text{ MPa}$ , 可以看出, 气流出了内喷管后有明显的膨胀过程, 在塞锥的中部有一点压缩; 图 5(b) 和(c) 中  $p_a$  分别为 0.05 MPa, 0.1 MPa, 可以看出, 气流出了内喷管都有压缩过程,

压缩气流在壁面反射后又发生膨胀,图 5(c)中,由于环境压力高,这个规律更为明显。

同  $p_0$  和不同膨胀比的推力比较情况。限于篇幅的

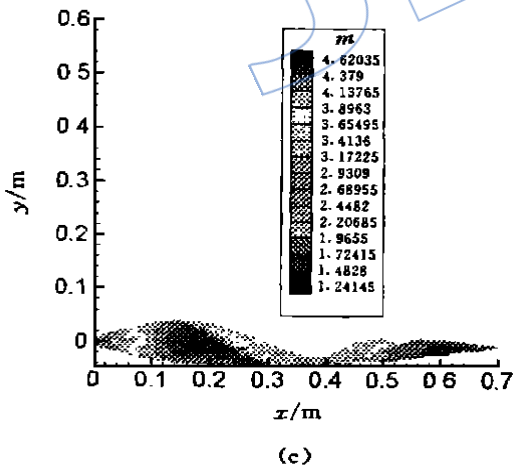
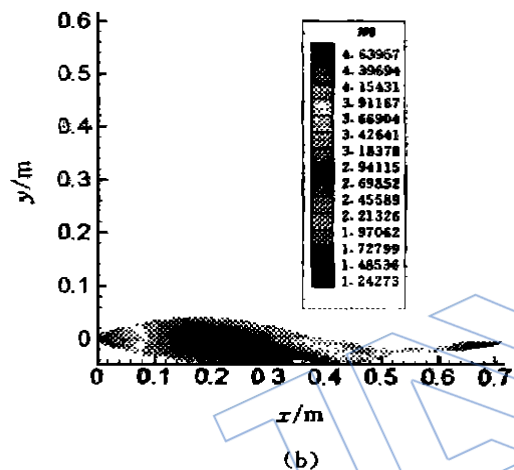
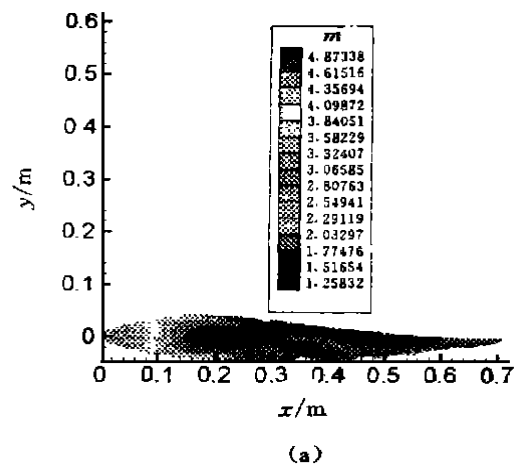


图 5 塞式喷管典型等马赫数图

(a)  $p_a = 0.01 \text{ MPa}$ ; (b)  $p_a = 0.05 \text{ MPa}$   
(c)  $p_a = 0.1 \text{ MPa}$

在图 6 中,给出了 7 次实验结果与本计算方法计算的推力情况,它们分别代表了不同  $p_c$ ,不

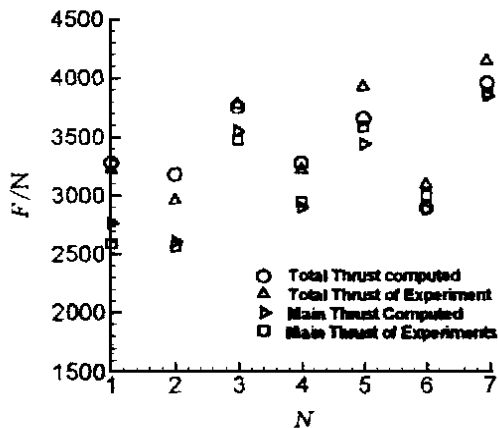


图 6 理论计算推力与实验结果比较

原因,实验的情况将在别的论文<sup>[6]</sup>中介绍,这里只取了部分结果,从图上看,计算结果与实验结果吻合得很好。

## 6 结 论

(1) 用特征线法计算塞式喷管流场可以很好地反映流场规律,特别是对自由边界的适应;(2) 本文提供的计算塞式喷管推力的方法的计算结果和实验结果吻合很好,可以认为计算的假设与方法合理,其计算结果可信;(3) 特征线法计算速度特别快,可以用于大量工况的计算,因此可以用于全面的分析塞式喷管性能,进而可以用于塞式喷管结构的优化计算。

## 参考文献:

[1] John E. Catchpole X-33 Testing the Future: Part 1 and 2 [R]. Spaceflight, 1999, 41: 114- 212

[2] Kumakama A, Onodera T, Yoshida M. A Study of Aerospace Nozzle Engines [R]. AIAA Paper 98 - 3526, America, 1998

[3] 左克罗 M J, 霍夫曼 J D 著,魏叔如,吴宗善,王汝涌等译. 气体动力学(上、下) [M]. 北京: 国防工业出版社, 1984

[4] Nasuti F, Onofri M. Theoretical Analysis and Engineering Modeling of Flowfield in Clustered Module Plug Nozzles [R]. AIAA 98- 3524, America, 1998

[5] Fick M. Performance Modeling and Systems Aspects of Plug Cluster Nozzles [R]. AIAA 98- 3525, America, 1998

[6] 戴梧叶, 刘宇, 程显辰. 塞式喷管模拟实验及数据采集系统 [J]. 推进技术, 2000, 21(4): 85- 88

- [4] Martin C A, Thole K A. Leading Edge Film-Cooling with Compound Angle Injection[R]. ASME, 97- GT- 297
- [5] 陶智, 吴宏, 蔡毅. 气膜出流对叶片各内表面换热系数的影响[J]. 航空动力学报, 1997, 12(4): 413- 415

- [6] 吴宏等. 气膜出流对叶片内表面换热系数影响的实验研究和计算[J]. 航空动力学报, 1999, 14(3): 247- 250

(责任编辑 杨再荣)

## Experiments of Impinging Cooling in Leading Edge of Rotating Blades with Outflow Film

WU Hong<sup>1</sup>, TAO Zhi<sup>2</sup>, XU Guo-qiang<sup>2</sup> DING Shui-ting<sup>2</sup>

1. Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China;  
2. 4th Dept., Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China

**Abstract:** The heat transfer characteristics of turbine blade model with outflow film under rotating state were researched experimentally. The experimental results indicated that the heat transfer was enhanced with increasing of Reynolds number obviously, but the increases in the blade leading and trailing edges were different. The effect of buoyancy force was complicated in the process of heat transfer. The effect of rotation is inconspicuous at small Reynolds number, but at high Reynolds number, the effect of rotation weakened the heat transfer. The interaction of the factors in the flow field affected the heat transfer, so the rule of the heat transfer was complicated.

**Key words:** blades; cooling; heat transfer

(The Chinese test of the following abstract is printed in PP371- 374z)  
(上接第 374 页)

## Application of Characteristics Method to Aerospike Nozzle

DAI Wu-ye, LIU Yu

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** The Method of Characteristics (MOC) was applied to the aerospike nozzle. Some particular cases of the aerospike nozzle boundary conditions, expansive wave, oblique shock wave, and so on were considered. Typical flow fields of the aerospike nozzle were obtained. A method of thrust calculation was proposed. The results computed were compared with the experimental data. It is shown that the method is reliable and effective.

**Key words:** rocket engines; jet nozzles; characteristics method; numerical computation